

DIAGRAM VEKTOR ARUS DAN TEGANGAN SALURAN TRANSMISI.

Margunadi.

Departemen Mesin-Elektro.

(Diterima : September 1964)

ICHTISAR.

Untuk saluran² transmisi pendek untuk membuat suatu diagram vektor yang menjatakan hubungan antara tegangan dan arus daripada udjung awal dan udjung akhir, adalah suatu hal yang sederhana. Untuk saluran listrik yang pandjang prosedur ini adalah rumit, karena adanya kapasitansi² shunt yang didistribusikan. Akan tetapi dengan merubah persamaan² untuk saluran pandjang, hal ini dapat dilakukan dengan tjara relatif praktis. Untuk maksud itu, bagi tiap besaran dipakailah harga² per unit berdasarkan tegangan pada udjung akhir dan arus beban karakteristik. Suatu lingkaran, sebagai locus daripada tegangan awal sesuai dengan fektor daya = 1, djuga diturunkan dari uraian itu.

ABSTRACT.

For short transmission lines it is a simple matter to construct a vector diagram showing the phase relationships between the sending-end and receiving-end voltages and currents. For an electrically long line the procedure is complicated because of the presence of the distributed shunt capacitances. By transforming the equations of a long line, however, it is possible to accomplish this in a relatively practical way. For that purpose per unit quantities are used with the receiving-end voltage and the surge-impedance-load current taken as basis. A circle as locus of sending-end voltage corresponding to unity sending -end power factor is also derived from the consideration.

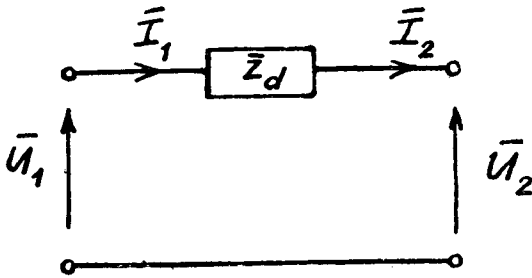
I. DIAGRAM VEKTOR SALURAN PENDEK.

Persamaan² tegangan dan arus bagi suatu saluran pendek per fasa (gb. 1) adalah sebagai berikut:

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_2 + \bar{I}_2 \bar{Z}_d \quad (1)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 \quad (2)$$

dengan \bar{U}_1, \bar{I}_1 —tegangan dan arus per fasa pada udjung awal saluran,
 \bar{U}_2, \bar{I}_2 —tegangan dan arus per fasa pada udjung akhir saluran,
 \bar{Z}_d — impedansi kawat per fasa.



Gb. 1

Untuk menjederhanakan bentuk persamaan tegangan pada ujung akhir dibuat konstan sama dengan tegangan nominal, serta dipilih terletak sepanjang sumbu nyata pada bidang kompleks: $\bar{U}_2 = U_n$, kemudian tegangan pada ujung awal dinjatakan sebagai perbandingan terhadap U_n : $\bar{u}_1 = \bar{U}_1/U_n$.

Demikian juga arus dinjatakan dalam besaran relatif terhadap arus nominal kawat I_n , sedangkan impedansi kawat dinjatakan dalam besaran relatif terhadap impedansi beban nominal $Z_n = U_n/I_n$.

Djadi diambil $\bar{i}_1 = \bar{I}_1/I_n, \bar{i}_2 = \bar{I}_2/I_n, \bar{z} = \bar{Z}_d/Z_n$. Bila sekarang persamaan (1) dibagi dengan U_n didapat:

$$\bar{u}_1 = 1 + \bar{i}_2 \bar{z} \tag{1a}$$

Pembagian persamaan (2) dengan I_n menghasilkan:

$$\bar{i}_1 = \bar{i}_2 \tag{2a}$$

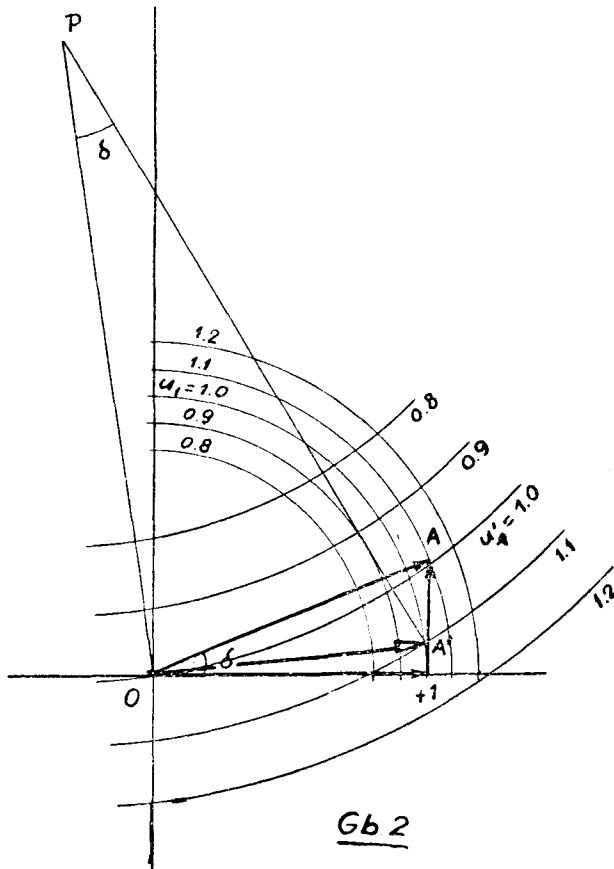
Dalam bidang kompleks ujung² vektor \bar{u}_1 untuk harga² \bar{z} konstan merupakan lingkaran² dengan pusat 0 (gb. 2). Lingkaran² tersebut sekaligus merupakan tempat kedudukan ujung $\bar{i}_2 \bar{z}$ yang memberikan nilai² \bar{u}_1 yang sama (pangkal $\bar{i}_2 \bar{z}$ dalam hal ini adalah titik + 1). Karena \bar{z} merupakan konstanta, maka tempat kedudukan \bar{i}_2 sendiri haruslah merupakan suatu lingkaran bila harus menghasilkan \bar{u}_1 yang tetap.

Kalau $\bar{u}_1 = u_1 e^{j\delta}$, dimana δ merupakan sudut beban saluran, maka dari persamaan (1a) didapat

$$\bar{i}_1 = \bar{i}_2 = \frac{u_1 \varepsilon^{j\delta} - 1}{\bar{z}} = \frac{u_1}{\bar{z}} \varepsilon^{j\delta} - \frac{1}{\bar{z}} \tag{3}$$

Kalau u_1 konstan, maka nyata bahwa ujung $\bar{i}_2 = \bar{i}_1$ terletak pada suatu lingkaran dengan jari² u_1/\bar{z} dan titikpusat $-\frac{1}{\bar{z}}$ (titik P pada gb. 2).

Dengan demikian didapatlah dua pasang tempat² kedudukan masing² bagi \bar{u}_1 dan $\bar{i}_1 = \bar{i}_2$, misalnja yang bersangkutan dengan harga² $u_1 = 0,8, 0,9, 1,0, 1,1$ dsb. Tjara memakai diagram tsb. adalah sbb.:



Misalnya arus beban adalah OA' . A' terletak pada tempat kedudukan arus jang memberikan $u_1 = 1,1$. Sudut beban δ adalah sudut OPA' . Djadi vektor u_1 djuga harus membentuk sudut δ dengan sumbu njata, sedangkan titik-udjungnja A harus terletak pada lingkaran jang sesuai dengan $u_1 = 1,1$, karena A' djuga terletak pada lingkaran jang memberikan $u_1 = 1,1$.

II. DIAGRAM BAGI SALURAN PANDJANG.

Bagi suatu saluran jang pandjang persamaan² tegangan dan arus adalah sbb.:

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_2 \cosh \gamma d + \bar{I}_2 \bar{Z} \sinh \gamma d \quad (4)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 \cosh \gamma d + \frac{\bar{U}_2}{Z_k} \sinh \gamma d \quad (5)$$

dengan \bar{Z}_k — impedansi karakteristik saluran

γ — eksponen propagasi saluran

d — djarak transmisi

Bila R , L , G dan C ber-turut² menjatakan tahanan, induktivita, penghantaran dan kapasita kawat persatuan pandjang, maka

$$\bar{Z}_k = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \\ &= \alpha + j\beta. \end{aligned} \quad (7)$$

α adalah konstanta atenuasi saluran, β konstanta perputaran fasa.

Untuk menjederhanakan bentuk persamaan, djuga diusahakan memperoleh besaran² relatip. Tegangan awal dinjatakan terhadap U_n , tegangan achir diambil sama dengan U_n , dan arus² dinjatakan terhadap arus I_n jang sesuai dengan pembebanan dengan daja karakteristik, djadi $I_n = U_n/Z_k$. Dengan demikian didapatlah:

$$\bar{u}_1 = \cosh \gamma d + \bar{i}_2 \sinh \gamma d = \bar{c} + \bar{i}_2 \bar{s} \quad (6a)$$

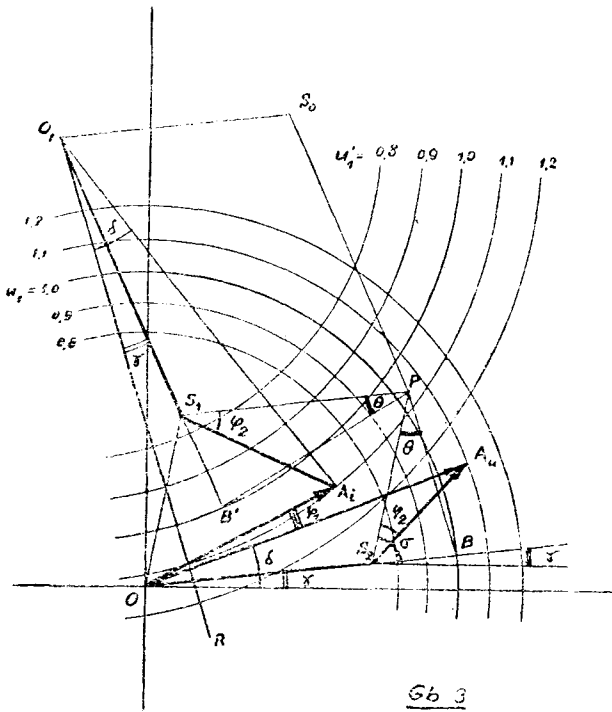
$$\bar{i}_1 = \bar{i}_2 \cosh \gamma d + \sinh \gamma d = \bar{i}_2 \bar{c} + \bar{s} \quad (7a)$$

dengan $\bar{u}_1 = \bar{U}_1/U_n$, $\bar{i}_1 = \bar{I}_1/I_n$, $\bar{i}_2 = \bar{I}_2/I_n$, $\bar{c} = \cosh \gamma d$, $\bar{s} = \sinh \gamma d$. Bagi suatu saluran tertentu, \bar{c} dan \bar{s} adalah konstanta.

Baik tegangan maupun arus udjung awal terdiri dari dua komponen, jakni komponen beban nol dan komponen beban jang disebabkan karena adanja beban. Komponen beban nol ini tak lain timbul karena arus² kapasitip saluran, jang diabaikan pada suatu saluran pendek. Karena sifat arus jang kapasitip ini maka pada beban nol $\bar{u}_1 \neq 1$, melainkan $= \bar{c}$ jang nilai absolutnja kurang dari satu.

Dengan persamaan² (6a) dan (7a) dapat diusahakan mendapatkan diagram fasor seperti telah dilakukan pada bagian I. Untuk itu dibuat lingkaran² dengan harga u_1 jang konstan, misalnja 0,8, 0,9, 1,0, 1,1 dan 1,2 (gb. 3). Lingkaran² ini sekaligus merupakan tempat kedudukan udjung² fasor $\bar{i}_2 \bar{s}$ jang sebanding arus beban jang memberikan harga² u_1 konstan, hanja sadja pangkalnja dihitung dari titik S_2 . $OS_2 = \bar{c}$ merupakan komponen beban-nol jang tidak tergantung dari beban.

Keadaan beban untuk $\bar{i}_2 = 1$ ditundjukkan oleh fasor OP. S_2P adalah sebanding dengan $\bar{i}_2 = 1$, jakni didapat setelah dikalikan dengan \bar{s} . Untuk harga beban jang lain, P_2S harus dikalikan dengan \bar{i}_2 . Karena itu kedudukan S_2P



dapat dipakai sebagai referensi bagi arus beban, sedangkan pandjanganja dapat dipakai sebagai satuannja. Besar satuan ini dalam ampere adalah U_n/Z_k . Bila dikalikan dengan $3U_n$, didapat daja dalam MVA.

Dari rumus (7a) tampak, bahwa komponen OS_1 merupakan komponen dari \bar{i}_1 jang tidak tergantung dari beban. Bila $\bar{i}_1 = 1$, maka $\bar{i}_1 = OP$. Untuk keadaan beban lainnja, S_1P harus dikalikan dengan \bar{i}_2 . Djadi untuk mendapatkan \bar{i}_1 , S_1P dapat dipakai sebagai referensi baik kedudukan maupun pandjanganja. Djadi peranan S_1P sama dengan S_2P untuk melukis \bar{u}_1 .

Sebagai tjontoh misalnja pada udjung achir saluran dibebani dengan arus beban $\bar{i}_2 = i_2 \epsilon^{-j\varphi_2}$. Maka pada PS_2 ditambahkan vektoris $S_2A_u = \bar{i}_2 \bar{s}$, dimana pandjang $S_2A_u = i_2 \times S_2P$ dan kedudukannja φ_2 dibelakang S_2P . Dengan demikian didapatlah $\bar{u}_1 = OA_u$.

Dengan tjara jang sama $\bar{i}_1 = OA_i$ sebagai djumlah vektor OS_1 dan $S_1A_i = \bar{i}_2 \bar{s}$ seperti ditundjukkan pada gb. 3. Kemudian perbedaan fasa antara u_1 dan i_1 dapat dibatja $= \varphi_1$.

Untuk memudahkan kostruksi dapat dibuat sepasang lingkaran-lingkaran tempat kedudukan bagi \bar{i}_1 jang memberikan harga u_1 jang tetap. Pusat lingkaran² tersebut dapat ditjari dengan pertolongan persamaan (7a):

$$\begin{aligned}\bar{i}_2 &= \frac{\bar{i}_1}{c} - \frac{\bar{s}}{c} \\ \bar{i}_1 &= \frac{\bar{c}u_1}{s} - \frac{\bar{c}^2}{s} + \bar{s} = \frac{\bar{c}u_1}{s} - \frac{1}{s}\end{aligned}\quad (8)$$

Kalau $\bar{u}_1 = u_1 \epsilon^{j\delta}$, maka untuk harga² u_1 jang konstan, udjung \bar{i}_1 harus terletak pada lingkaran jang djari²nja $\frac{cu_1}{s}$ dan pusatnja pada titik $-\frac{1}{s}$. Pusat ini ditundjukkan sebagai titik O_1 pada gambar 3. Karena

$$-\frac{1}{s} = \bar{s} - \frac{\bar{c}^2}{s},$$

maka titik O_1 dapat diperoleh dengan menambahkan $-\frac{\bar{c}^2}{s}$ pada $\bar{s} = OS_1$. $S_1O_1 = \frac{c^2}{s} = S_1P \cdot \frac{OS_2}{S_2P}$. Karena itu O_1 merupakan salah satu titik sudut djadjaran gendjang $S_1PS_0O_1$ jang sebangun dengan djadjaran gendjang OS_2PS_1 . Selanjutnja djari² lingkaran untuk $u_1 = 1$ dapat ditemukan dengan berbagai djalan, misalnja dengan memilih titik B pada perpandjangan OS_2 dimana $OB = 1$. Maka dilukis segitiga S_1PB' jang sebangun dengan setiga S_2PB , djadi B' harus terletak pada perpandjangan O_1S_1 dan sudut $S_1PB' =$ sudut $S_2PB = \theta$. Dengan demikian maka $O_1B' = O_1S_1 \cdot \frac{1}{c} = \frac{\bar{c}}{s}$.

Lingkaran² lainnja dengan djari $0,8 \frac{c}{s}$, $0,9 \frac{c}{s}$, $1,1 \frac{c}{s}$, $1,2 \frac{c}{s}$ dll. jang sesuai dengan $u_1 = 0,8, 0,9, 1,1, 1,2$ dsb. dapat dilukis untuk melengkapkan diagram. Pasangan lingkaran ini baiklah dinamai pasangan u'_1 sedang pasangan lingkaran terdahulu pasangan u_1 . Bila misalnja udjung fasor \bar{u}_1 terletak pada lingkaran pasangan u_1 dengan harga 1,1, maka udjung fasor \bar{i}_1 harus terletak pada salah satu lingkaran pasangan u'_1 jang harganja 1,1 pula. Dalam gb. 3 diberikan sebagai tjontoh titik² A_u dan A_i . Dalam pada itu sudut² PS_1A_i harus sama dengan sudut PS_2A_u .

Disamping PS_1 dan PS_2 , dapat ditjari garis² referensi lain untuk melukis \bar{u}_1 dan \bar{i}_1 , jakni sumbu njata dan garis O_1R jang membentuk sudut γ dengan O_1B' . Dengan demikian haruslah sudut RO_1A_i sama dengan sudut δ , jakni sudut beban saluran.

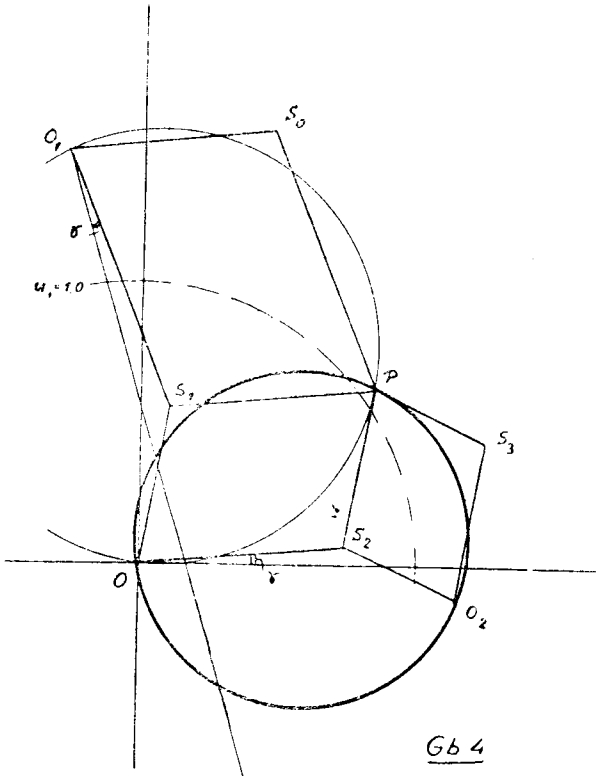
Bila besar u_1 dan i_1 serta perbedaan fasanja φ_1 telah diperoleh, maka dapat dihitung berapa daja kerdja pada udjung awal $u_1 i_1 \cos \varphi_1$ serta daja butanja $u_1 i_1 \cos \varphi_1$. Dengan demikian efisiensi saluran pada beban jang bersangkutan dapat diperoleh dari ($u_2 = 1$):

$$\eta = \frac{i_2 \cos \varphi_2}{u_1 i_1 \cos \varphi_1} \tag{9}$$

Demikian pula dengan keadaan beban reaktif diujung awal saluran.

III. LINGKARAN BAGI $\cos \varphi_1 = 1$.

Bila $\bar{i}_2 = 1$, maka $\bar{u}_1 = OP$, tetapi djuga $\bar{i}_1 = OP$. \bar{u}_1 dan \bar{i}_1 berimpit sehingga $\cos \varphi_1 = 1$. Dalam keadaan beban ini, daja induktip dan kapasitip saluran saling meniadakan. Tetapi djuga dalam keadaan beban lainnja dapat ditjapai bahwa daja kapasitip kawat tepat meniadakan daja induktip beban sehingga $\cos \varphi_1 = 1$. Untuk itu haruslah u_1 berimpit dengan i_1 , dengan perkataan lain titik² O , A_i dan A_u pada gb. 3 harus terletak pada satu garis lurus, Sudut $OA_i O_1$ besarnja adalah sama dengan $\pi - \delta - (\pi - \delta + \gamma - \varphi_1 - \delta) = \sigma - \gamma - \varphi_1$, karena $O_1 R$ membuat sudut $\pi - \sigma + \gamma$ dengan sumbu njata. Kalau $\varphi_1 = 0$, maka sudut $OA_1 O_1$ mendjadi $\sigma - \gamma$ (konstan). Karena itu tempat kedudukan haruslah merupakan suatu lingkaran jang melalui O , P dan O_1 , karena P merupakan salah satu titik dimana $\cos \varphi_1 = 1$. Pada gb. 4,



Gb 4

lingkaran tsb. ditunjukkan. Tempat kedudukan jang serupa bagi udjung vektor \bar{u}_1 djuga dapat dilukis. Untuk itu perlu rumus untuk \bar{u}_1 diubah lebih dahulu. Dari (7a) didapat:

$$\bar{i}_2 = \frac{\bar{i}_1}{c} - \frac{\bar{s}}{c}. \quad (10)$$

Substitusi kedalam (6a) memberikan:

$$\bar{u}_1 = \left(\bar{c} - \frac{\bar{s}^2}{c}\right) + \frac{\bar{s}}{c} \bar{i}_1. \quad (11)$$

Lingkaran tempat kedudukan bagi udjung \bar{u}_1 jang berhubungan dengan $\cos \varphi_1 = 1$ haruslah melalui O (titik O haruslah dilalui semua lingkaran untuk $\cos \varphi_1 = \text{konstan}$, karena kalau $\bar{u}_1 = 0$ nilai $\cos \varphi_1$ mendjadi tak tertentu), melalui P dan melalui titik O_2 jang bersangkutan dengan harga $\bar{i}_1 = 0$, karena djuga pada keadaan ini faktor kerdja nilainja tak tertentu. Kalau $\bar{i}_1 = 0$, maka:

$$\bar{u}_1 = \bar{c} - \frac{\bar{s}^2}{c}. \quad (12)$$

Djadi O_2 dapat ditentukan sebagai udjung vektor jang dinjatakan rumus (12). Pada gb. 4 dapat dilihat dengan mudah bahwa djadjaran² gendjang $O_1S_1PS_0$, OS_2PS_1 dan $O_2S_3PS_2$ adalah sebangun satu sama lain. Keadaan ini dapat dipergunakan sebaik-baiknja dalam melukis. Bila udjung \bar{u}_1 untuk sesuatu pembebanan djatuh didalam lingkaran tsb. terachir ini, maka beban jang dirasakan pada awal sahuram adalah kapasitip, sedangkan kalau djatuh diluarnja, induktip.

Untuk mempermudah pematjaan $\cos \varphi_1$ dengan prinsip jang sama dapat djuga dilihat tempat² kedudukan udjung \bar{u}_1 dimana $\cos \varphi_1 = \text{konstan}$, hal mana dapat mempermudah perhitungan efisiensi kawat menurut rumus (9).

REFERENSI.

1. Woodruff, L.F.: Principles of Electric Power Transmission, 2nd edition. John Wiley, New York 1953.
2. Henning, H.: Betriebsdiagramme langer Fernleitungen. Archiv für Elektrotechnik Bd 42 (1956) hal. 409 — 425.